

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ИНГУШСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

КАФЕДРА ФИЗИКА

СОГЛАСОВАНО

УТВЕРЖДАЮ

Руководитель образовательной программы

Декан физико-математического факультета

_____/ Нальгиева М. А.
от « 12 » 03 2025 г.

_____/ Кульбужев Б. С.
от « 14 » 03 2025 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.09.07 Теория функции комплексной переменной

Направление подготовки (бакалавриат)

03.03.02 Физика
(код, наименование)

Направленность

Физика
(наименование профиля, магистерской программы, специализации)

Квалификация выпускника – бакалавр

Форма обучения очная
(очная, заочная, очно-заочная)

Магас, 2025 г.

1. Целями освоения дисциплины «ТФКП» являются:

- оперировать с комплексными числами во всех формах;
- дифференцировать, интегрировать и находить разложения в ряды Тейлора и Лорана функций комплексного переменного;
- исследовать аналитические свойства функций, находить нули и особые точки функций;
- применять теорию вычетов для вычисления контурных, определенных и несобственных интегралов;
- строить конформные отображения односвязных областей.

Перечень профессиональных стандартов, обобщенных трудовых функций и трудовых функций, соответствующих профессиональной деятельности выпускников

Наименование документа	Код	Наименование базовой группы, должности (профессии) или специальности
ОКЗ	2320	Преподаватели в средней школе
	2340	Преподаватели в системе специального образования

Код и наименование профессионального стандарта	Обобщенные трудовые функции			Трудовые функции		
	Код	Наименование	Уровень квалификации	Наименование	Код	Уровень (по уровню) квалификации
01.001 Педагог (педагогическая деятельность в дошкольном, начальном общем, основном общем, среднем общем образовании) (воспитатель, учитель)	А	Педагогическая деятельность по проектированию и реализации образовательного процесса образовательных организациях дошкольного, начального общего, основного общего, среднего общего образования	6	Общепедагогическая функция. Обучение	А/01.6	6
				Воспитательная деятельность	А/02.6	6
				Развивающая деятельность	А/03.6	6
	В	Педагогическая деятельность по проектированию и реализации основных общеобразовательных программ	6	Педагогическая деятельность по реализации программ основного и среднего общего образования	В/03.6	6

Место дисциплины в структуре ОПОП бакалавриата

Дисциплина является одной из основных дисциплин базовой (общепрофессиональной) части профессионального цикла учебного плана подготовки бакалавра по направлению 03.04.02. «Физика». Дисциплина «ТФКП» является логическим продолжением курса математического анализа и действительного анализа. Для ее изучения необходимы базовые знания курсов математического анализа, аналитической геометрии и ОДУ. Данная дисциплина является последующей для изучения следующих дисциплин: «математический анализ», «аналитическая геометрия», «ОДУ».

3. Результаты освоения дисциплины (модуля) ТФКП

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО по данному направлению:

Код компетенции	Наименование компетенции	Индикатор достижения компетенции	В результате освоения дисциплины обучающийся должен :
УК-1.	УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.3. Осуществляет поиск информации для решения поставленной задачи по различным типам запросов	Знать: методы поиска, сбора и обработки экологической информации; Уметь: осуществлять критический анализ и синтез экологической информации, полученной из разных источников; Владеть: способностью применять системный подход для решения поставленных задач.
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	Знает: Методы исследования, применяемые в математическом анализе, комплексном и функциональном анализе, алгебре, аналитической геометрии и топологии, дифференциальных уравнениях, дискретной математике и математической логик, теории вероятностей, математической статистике и случайных процессах, численных методах, теоретической механике. Умеет: Публично доказывать и объяснять фундаментальные результаты, соответствующих разделам математики Владеет: Навыками строгого доказательства утверждений в области математического анализа комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики случайных процессов, численных методов, теоретической механики	Владеть: систематическими знаниями по направлению деятельности; углубленным знаниями по выбранной направленности подготовки, базовыми навыками проведения научно-исследовательских работ по предложенной теме.

4. Структура и содержание дисциплины (модуля)

4.1. Структура дисциплины (модуля)

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетные единицы, 72 часа.

Вид учебной работы	Всего	Порядковый номер семестра			
			6		
Общая трудоемкость дисциплины всего (в з.е.), в том числе:	2 з.е.		2		
Курсовой проект (работа)	не предусмотрено				
Аудиторные занятия всего (в акад. часах), в том числе:	28		28		
Лекции	14		14		
Практические занятия, семинары	14		14		
Лабораторные работы					
Самостоятельная работа всего (в акад. часах), в том числе:	44		44		
КСР					
Зачет	6		6		
Общая трудоемкость дисциплины	80		80		

№/ №	Наименование разделов и тем дисциплины (модуля)	семестр	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)								Формы текущего контроля успеваемости (по неделям семестра). Формы промежут. аттест						
			Аудиторная работа					Самостоятельная работа									
			всего	лекции	Практ. занятия	Лаборат. занятия	Др. виды контакт. раб.	Всего	Курсов. раб(.проект)	Подготовка к экз.	Другие виды	Собеседование	Колоквиум	Проверка тестов	Проверка контр.раб	Проверка реферата	Проверка эссе и иных
		6	28	28	28			44			44						
	Семестр 6			14	14						44						
	Раздел 1. Комплексные числа																
1.1.	Комплексные числа: комплексные числа и действия над ними, топология комплексной плоскости, числовые последовательности и их пределы, числовые ряды; стереографическая проекция, ее свойства; сфера Римана, расширенная комплексная плоскость.			2	2						6						
1.2.	Комплексные числа: комплексные числа и действия			2	2						6						

	над ними, топология комплексной плоскости, числовые последовательности и их пределы, числовые ряды; стереографическая проекция, ее свойства; сфера Римана, расширенная комплексная плоскость.																
1.3	Голоморфные функции: моногенность, голоморфность, геометрический смысл голоморфной функции, конформное отображение.			2	2						6						
	Раздел 2 Отображения																
2.1	Отображения с помощью элементарных функций: дробно-линейная функция, степенная и экспоненциальная функции и обратные к ним, римановы поверхности.			2	2						6						
2.2.	Комплексное интегрирование: интеграл по комплексному переменному и его свойства, интегральная теорема Коши, интегральная формула Коши, интеграл типа Коши, теорема Морера.			2	2						8						
	Раздел 3 Голоморфные функции и ряды																
3.1	Голоморфные функции и ряды: ряды Тейлора, теорема Абеля, формула Коши-Адамара, теоремы Вейерштрасса, теорема единственности и принцип максимума модуля; ряды Лорана.			2	2						6						
3.2.	Особые точки голоморфной функции: изолированные особые точки однозначного характера и их классификация, связь с рядами Лорана.			2	2						6						

4.2. Содержание дисциплины

5 семестр

Раздел 1

Тема1.1. Комплексные числа: комплексные числа и действия над ними, топология комплексной плоскости, числовые последовательности и их пределы, числовые ряды; стереографическая проекция, ее свойства; сфера Римана, расширенная комплексная плоскость.

Тема1.2. Функции комплексного переменного: предел и непрерывность функции комплексного переменного, пути и кривые, функциональные ряды, элементарные функции комплексного переменного.

Тема1.3. Голоморфные функции: моногенность, голоморфность, геометрический смысл голоморфной функции, конформное отображение.

Раздел 2

Тема2.1. Отображения с помощью элементарных функций: дробно-линейная функция, степенная и экспоненциальная функции и обратные к ним, римановы поверхности.

Тема 2.2. Комплексное интегрирование: интеграл по комплексному переменному и его свойства, интегральная теорема Коши, интегральная формула Коши, интеграл типа Коши, теорема Морера.

Раздел 3

Тема 3.1. Голоморфные функции и ряды: ряды Тейлора, теорема Абеля, формула Коши-Адамара, теоремы Вейерштрасса, теорема единственности и принцип максимума модуля; ряды Лорана.

Тема 3.2. Особые точки голоморфной функции: изолированные особые точки однозначного характера и их классификация, связь с рядами Лорана.

5. Образовательные технологии

Активные и интерактивные формы: лекции, практические занятия, контрольные работы, коллоквиумы, зачеты и экзамены. В течение семестров студенты решают задачи, указанные преподавателем.

6. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины.

6.1. План самостоятельной работы студентов

№ п/п	Наименование раздела (темы)	Вид самостоятельной работы	Трудоемкость (в академических часах)
Раздел 1	Комплексные числа		
1.1	Комплексные числа: комплексные числа и действия над ними, топология комплексной плоскости, числовые последовательности и их пределы, числовые ряды; стереографическая проекция, ее свойства; сфера Римана, расширенная комплексная плоскость	Аудиторная работа	6

1.2	Функции комплексного переменного: предел и непрерывность функции комплексного переменного, пути и кривые, функциональные ряды элементарные функции комплексного переменного.	Аудиторная работа	6
1.3	Голоморфные функции: моногенность, голоморфность, геометрический смысл голоморфной функции, конформное отображение.	Контрольная работа	6
Раздел 2	Отображения		
2.1	Отображения с помощью элементарных функций: дробно-линейная функция, степенная и экспоненциальная функции и обратные к ним, римановы поверхности.	Исследовательская домашняя работа	6
2.2	Комплексное интегрирование: интеграл по комплексному переменному и его свойства, интегральная теорема Коши, интегральная формула Коши, интеграл типа Коши, теорема Морера.	Аудиторная работа	8
Раздел 3	Голоморфные ряды и функции		

•	3.1 Голоморфные функции и ряды: ряды Тейлора, теорема Абеля, формула Коши-Адамара, теоремы Вейерштрасса, теорема единственности и принцип максимума модуля; ряды Лорана.	Аудиторная работа	6
	3.2 Особые точки голоморфной функции: изолированные особые точки однозначного характера и их классификация, связь с рядами Лорана.	Аудиторная работа	6

Критерии оценки промежуточной аттестации в форме зачета

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме зачета
«Зачтено»	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов или в целом, или большей частью, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы или в основном сформированы, все или большинство предусмотренных рабочей программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки.
«Не зачтено»	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.

6.2. Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа является одним из видов учебной деятельности обучающихся, способствует развитию самостоятельности, ответственности и организованности, творческого подхода к решению проблем учебного и профессионального уровня.

Аудиторная самостоятельная работа по учебной дисциплине осуществляется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется по заданию преподавателя без его непосредственного участия.

Виды заданий для внеаудиторной самостоятельной работы, их характер, учитывать специфику изучаемой учебной дисциплины, индивидуальные особенности обучающегося.

Контроль самостоятельной работы и оценка ее результатов организуется как единство двух форм:

1. самоконтроль и самооценка обучающегося;
2. контроль и оценка со стороны преподавателя.

Организация и руководство аудиторной самостоятельной работы

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Основными видами аудиторной работы самостоятельной работы являются:

- выполнение лабораторных и практических работ осуществляется на лабораторных и практических занятиях в соответствии с графиком учебного процесса. Для обеспечения самостоятельной работы преподавателями разрабатываются методические указания по выполнению лабораторной /практической работы.

Работа с литературой, другими источниками информации, в т.ч. электронными, может реализовываться на семинарских и практических занятиях. Данные источники информации могут быть представлены на бумажном и/или электронном носителях, в том числе, в сети Интернет.

Преподаватель формулирует цель работы с данным и источником информации, определяет время на проработку документа и форму отчетности.

Само и взаимопроверка выполненных заданий чаще всего используется на семинарском, практическом и других видах занятий. Проблемная /ситуационная задача должна иметь четкую формулировку, к ней должны быть поставлены вопросы, ответы на которые необходимо найти и обосновать. Критерии оценки правильности решения проблемной/ситуационной задачи должны быть известны всем обучающимся.

Организация и руководство внеаудиторной работы

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется по заданию преподавателя, но без его непосредственного участия.

При предъявлении видов заданий на внеаудиторную самостоятельную работу рекомендуется использовать дифференцированный подход к уровню подготовленности

обучающегося. Перед выполнением внеаудиторной самостоятельной работы преподаватель проводит консультацию с определением цели задания, его содержания, сроков выполнения, ориентировочного объема работы, основных требований к результатам работы, критериев оценки, форм контроля и перечня литературы. В процессе консультации преподаватель предупреждает о возможных типичных ошибках, встречающихся при выполнении задания.

Для методического обеспечения и руководства самостоятельной работой в образовательном учреждении разрабатываются учебные пособия, методические рекомендации по самостоятельной подготовке к различным видам занятий с учетом специальности учебной дисциплины, особенностей контингента студентов, объема и содержания самостоятельной работы, форм контроля и т.п.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня подготовленности обучающихся.

Видами заданий для внеаудиторной самостоятельной работы могут быть:

- для овладения знаниями: чтения текста; составления плана текста; графическое изображение структуры текста; конспектирование текста; выписки из текста; работа со словарями и справочникам; учебно-исследовательская работа; использование аудио и видеозаписей, компьютерной техники и Интернет ресурсов и др.;

- для закрепления и систематизации знаний: работа с конспектом лекции; повторная работа над учебным материалом; составление плана, тезисов ответа; составление таблиц, ребусов, кроссвордов, глоссария для систематизации учебного материала; изучение словарей, справочников; ответы на контрольные вопросы; аналитическая обработка текста; подготовка сообщений к выступлению на семинаре, конференции; подготовка

рефератов, докладов; составление биографий, заданий в тестовой форме и др.

- для формирования умений: решение задач и упражнений по образцу; решение вариативных задач и упражнений; составление схем; решение ситуационных производственных задач; подготовка к деловым и ролевым играм; проектирование и моделирование разных видов и компонентов профессиональной деятельности, подготовка презентаций, творческих проектов; подготовка курсовых и выпускных работ; опытно-экспериментальная работа; проектирование и моделирование разных видов и компонентов профессиональной деятельности и др.

Для обеспечения внеаудиторной самостоятельной работы по дисциплине преподавателем разрабатывается перечень заданий для самостоятельной работы, который необходим для эффективного управления данным видом учебной деятельности обучающихся.

Преподаватель осуществляет управление самостоятельной работой, регулирует ее объем на одно учебное занятие и осуществляет контроль выполнения всеми студентами группы. Для удобства преподаватель может вести ведомость учета выполнения минимума заданий, необходимые для допуска к итоговой аттестации по дисциплине.

В процессе самостоятельной работы студент приобретает навыки самоорганизации, самоконтроля, самоуправления и становится активным самостоятельным субъектом учебной деятельности.

Студент самостоятельно определяет режим своей внеаудиторной работы и меру труда, затрачиваемого на овладение знаниями и умениями по каждой дисциплине, выполняет

внеаудиторную работу по индивидуальному плану, в зависимости от собственной подготовки, бюджета времени и других условий.

Ежедневно студент должен уделять выполнению внеаудиторной самостоятельной работы в среднем не менее 3 часов.

При выполнении внеаудиторной самостоятельной работы студент имеет право обращаться к преподавателю за консультацией с целью уточнения задания, формы контроля выполненного задания.

6.3. Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов

6 семестр

Контрольная работа № 1

1. Найти все значения корня $\sqrt[4]{-8 - 8i\sqrt{3}}$.
2. Представить в алгебраической форме $\operatorname{Ln}(1 + i\sqrt{3})$.
3. Представить в алгебраической форме $\operatorname{Arctg}\left(\frac{-2\sqrt{3}+3i}{3}\right)$
4. Вычертить область, заданную неравенствами $|z + 1| \geq 1, |z + i| < 1$.

Контрольная работа № 2

1. Проверить, что $u(x, y)$ является действительной (мнимой) частью голоморфной функции. Восстановить голоморфную в окрестности точки z_0 функцию $f(z)$ по известной действительной части $u(x, y)$ или мнимой $v(x, y)$ и значению $f(z_0)$, $u = x^2 - y^2 + x, f(0) = 0$.

2. Вычислить интеграл от функции комплексного переменного по данной кривой

$$\int_L z|z|dz, \quad L: \{z|z|=1, \operatorname{Im} z \geq 0\}.$$

3. Найти все лорановские разложения данной функции по степеням z

$$f(z) = \frac{7z + 196}{98z^2 + 7z^3 - z^4}.$$

4. Определить тип особой точки $z = 0$ для данной функции

$$f(z) = z^4 \exp \frac{4}{z^5}.$$

Контрольная работа № 3

1. Представить в алгебраической форме $\operatorname{ch}(1 - \pi i)$.
2. Определить вид кривой $z = -\sec t + i3 \operatorname{tg} t$.
3. Данную функцию разложить в ряд Лорана в окрестности точки z_0

$$f(z) = z \sin \pi \frac{z-1}{z-2}, \quad z_0 = 2.$$

4. Для данной функции найти все изолированные особые точки

и определить их тип $f(z) = \frac{2z - \sin 2z}{z^2(z^2 + 1)}$.

Контрольная работа № 4

Задача 1. Вычислить интеграл $\int_{|z-\pi|=2} \frac{\cos^2 z}{z \sin z} dz$.

Задача 2. Вычислить интеграл $\int_{|z|=0,3} \frac{e^{3z} - 1 - \sin 3z}{z^2 \operatorname{sh} 3\pi z} dz$.

Задача 3. Вычислить интеграл $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{(x^2 - 10x + 29)^2}$.

Задача 4. Вычислить интеграл $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{(x^2 + x) \cos x}{x^4 + 13x^2 + 36} dx$.

Контрольная работа № 5

Задача 1. Найти образ области D при отображении $w = f(z)$:

$$D = \{z \in C_z : |z - 2 - i| > 2\}, \quad f(z) = \frac{z + 1 - 2i}{z + 1 + i}.$$

Задача 2. Найти образ области D при отображении $w = f(z)$:

$$D = \{z \in C_z : -\pi < \operatorname{Im} z < 3\pi, z \neq it, t \in (-\pi, \pi)\}, \quad f(z) = \exp\left(-\frac{z}{2}\right).$$

Задача 3. Найти образ области D при отображении $w = f(z)$:

$$D = \{z \in C_z : -2 < \operatorname{Re} z < 0, z \neq t, t \in [-1, 0)\}, \quad f(z) = i \operatorname{ch} \frac{i\pi z}{2}.$$

Задача 4. Найти образ области D при отображении $w = f(z)$:

$$D = \{z \in C_z : 0 < \operatorname{Re} z < 1, \operatorname{Im} z > 0\}, \quad f(z) = \operatorname{th} i\pi z.$$

Контрольная работа № 6

Задача 1. Вычислить интеграл $\int_{|z|=0,3} \frac{e^z - \sin z}{z^2} dz$.

Задача 2. Вычислить интеграл $\int_0^{2\pi} \frac{dx}{(\sqrt{7} + \cos x)^2}$.

Задача 3. Найти образ области D при отображении $w = f(z)$:

$$D = \{z \in C_z : \operatorname{Im} z < 0, z \neq it, t \in (-\infty, -1]\}, \quad f(z) = \frac{1}{2} \left(z + \frac{1}{z} \right).$$

Задача 4. Отобразить на верхнюю полуплоскость односвязную область

$$D = \{z \in C_{\mathbb{Z}} : |z| > 1, |z - i| > 1\}.$$

|

Перечень вопросов и заданий для контрольных работ

1. Контрольная работа по теме "Аналитические функции. Конформные отображения "
2. Восстановить аналитическую функцию по её действительной или мнимой части.
3. Найти линейную функцию, отображающую область на область.
4. Найти дробно-линейную функцию по трём парам соответственным точкам.
5. Отобразить конформно область на область.
6. Контрольная работа по теме "Комплексный интеграл. Ряд Лорана"
7. Вычислить значения трансцендентных функций комплексного переменного.
8. Вычислить комплексный интеграл, используя интегральную формулу Коши.
9. Разложить функцию в ряд Лорана в указанном круговом кольце.
10. Найти и классифицировать изолированные особые точки функции комплексного переменного.

Список вопросов к зачету

1. Поле комплексных чисел (определение, свойства, геометрическая интерпретация, операции над комплексными числами).
2. Стереографическая проекция; её основные свойства.
3. Функции комплексного переменного. Предел и непрерывность.
4. Экспонента в комплексной области и её свойства.
5. Тригонометрические и гиперболические функции с комплексным аргументом.
6. Степенные ряды в комплексной области. Теорема Абеля. Круг сходимости.
7. Дифференцируемость и производная функции комплексного переменного. Условия Коши - Римана.
8. Гармонические функции; их связь с аналитическими функциями. Восстановление аналитической функции по действительной или мнимой части.
9. Геометрический смысл аргумента и модуля производной. Понятие конформного отображения.
10. Линейная функция, её свойства.
11. Функция $w = 1/z$. Угол в бесконечно удалённой точке.
12. Дробно - линейная функция и её групповое и круговое свойства.

13. Восстановление дробно - линейной функции по трем парам соответственных точек. Сохранение симметрии при дробно-линейном отображении.
14. Общий вид дробно-линейной функции, отображающей: 1) верхнюю полуплоскость на единичный круг; 2) единичный круг на себя.
15. Многозначная функция радикал. Свойства радикала.
16. Многозначная функция логарифм. Свойства логарифма.
17. Обратные тригонометрические функции комплексного аргумента.
18. Степень с комплексным показателем. Степенная и общая показательная функции.
19. Интеграл по комплексному переменному, его основные свойства.
20. Теорема Коши для односвязной области.
21. Теорема Коши для составного контура (многосвязной области).
22. Интегральная формула Коши.
23. Бесконечная дифференцируемость аналитической функции.
24. Теорема Морера.
25. Степенные ряды в комплексной области. Теорема Абеля. Круг сходимости.
26. Теорема Вейерштрасса о равномерно сходящихся рядах аналитических функций.
27. Ряд Тейлора. Разложение функции в степенной ряд.
28. Неравенства Коши для коэффициентов ряда Тейлора. Теорема Лиувилля.
29. Нули аналитической функции. Изолированность аналитических нулей.
30. Теорема единственности.
31. Принцип максимума модуля.
32. Ряд Лорана. Разложение функции в обобщенно-степенной ряд.
33. Изолированные особые точки однозначного характера.
34. Теорема Сохоцкого.
35. Вычет функции комплексного переменного. Вычисление вычета функции относительно полюса.
36. Основная теорема о вычетах. Вычет функции относительно бесконечно удалённой точки.
37. Логарифмический вычет. Принцип аргумента.
Теорема Руше. Доказательство основной теоремы алгебры

Контроль освоения компетенций

№ 7. п\п ч	Вид контроля у	Контролируемые разделы	Компетенции, компоненты которых контролируются
е 1	Аудиторная контр. работа (проверка и оценка)	Раздел 1-Раздел 2 в 6 семестре	УК-1, ОПК-1
б 2	Тестирование. Подготовка к	Раздел 1, Раздел 2, Раздел 3 в 6 сем.	УК-1, ОПК-1
н 3	тестированию (оценка результатов)	семестре; Раздел 4, Раздел 5, Раздел 6 в шестом семестре;	
о 4	Самостоятельное решение практических заданий (аудиторная)	Раздел 1-Раздел 3 в пятом семестре Раздел 4- Раздел 6 в шестом семестре	УК-1, ОПК-1
д 5	Теоретический тест	Раздел 1-Раздел 6 в шестом семестре	ОПК-1
и 6	Экзамен в шестом семестре	Раздел 1- Раздел 6	УК-1

М

материально-техническое обеспечение дисциплины Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля) ТФКП.

7.1. Учебная литература:

1. Лунц, Г.Л. Функции комплексного переменного. Операционное исчисление / Г.Л. Лунц, Л.Э. Эльсгольц. – СПб: Лань, 2022
2. Волковисский, Л.И. Сборник задач по теории функций комплексной переменной / Л.И. Волковисский, Г.Л. Лунц, И.Г. Араманович. – М.: Физматлит, 2020
4. Высшая математика для инженеров: в 2 т. / под ред. Н.А. Микулика. – Минск: Элайда, 2004 – Т. 2 – 586 с.
5. Пантелеев, А.В. Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление в примерах и задачах / А.В. Пантелеев,

6. А.С. Якимова. – М.: Высшая школа, 2001 Текст лекций.

Интернет-ресурсы

1. Федеральный портал <http://edu.ru>
2. Электронные каталоги Научной библиотеки ИнГГУ <http://biblioklub.ru>

7.3. Программное обеспечение:

1. Microsoft Excel
2. Microsoft Word
3. Microsoft PowerPoint

7.4. Материально-техническое обеспечение

В организации учебного процесса необходимыми являются средства, обеспечивающие, аудиовизуальное восприятие учебного материала (специализированное демонстрационное оборудование):

1. Доска и мел (или более современные аналоги)

Рабочая программа по дисциплине **«ТФКП (комплексный анализ)»** составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 03.03.02 Физика, утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от «07» августа 2020 г. № 891

Программу составил: ст. преподаватель кафедры
математического анализа Аушева М.А.

Программа одобрена на заседании кафедры «Математический анализ»

Протокол № _____ от «__» _____ 2025г

Программа одобрена Учебно-методическим советом физико-математического факультета
Протокол № 7 от «13» марта 2025 года

Сведения об утверждении программы на очередной учебный год и регистрации изменений

Учебный год	Решение кафедры (№ протокола, дата)	Внесенные изменения	Подпись зав. кафедрой

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

Теория функции комплексного переменного

03.04.02 ФИЗИКА

Критерии оценки промежуточной аттестации в форме зачета

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме зачета
«Зачтено»	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов или в целом, или большей частью, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы или в основном сформированы, все или большинство предусмотренных рабочей программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки.
«Не зачтено»	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.

Критерии оценки промежуточной аттестации в форме экзамена

Оценка	Характеристика требований к результатам аттестации в форме экзамена
«Отлично»	Теоретическое содержание курса освоено полностью без пробелов, системно и глубоко, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы, все предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены безупречно, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимуму.
«Хорошо»	Теоретическое содержание курса освоено в целом без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, предусмотренные рабочей учебной программой учебные задания выполнены с отдельными неточностями, качество выполнения большинства заданий оценено числом баллов, близким к максимуму.
«Удовлетворительно»	Теоретическое содержание курса освоено большей частью, но пробелы не носят существенного характера, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий выполнены, отдельные из выполненных заданий содержат ошибки.
«Неудовлетворительно»	Теоретическое содержание курса освоено частично, необходимые навыки работы не сформированы или сформированы отдельные из них, большинство предусмотренных рабочей учебной программой учебных заданий не выполнено либо выполнено с грубыми ошибками, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к минимуму.

Методические указания по организации самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа является одним из видов учебной деятельности обучающихся, способствует развитию самостоятельности, ответственности и организованности, творческого подхода к решению проблем учебного и профессионального уровня.

Аудиторная самостоятельная работа по учебной дисциплине осуществляется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется по заданию преподавателя без его непосредственного участия.

Виды заданий для внеаудиторной самостоятельной работы, их характер, учитывать специфику изучаемой учебной дисциплины, индивидуальные особенности обучающегося.

Контроль самостоятельной работы и оценка ее результатов организуется как единство двух форм:

- 1.самоконтроль и самооценка обучающегося;

2. контроль и оценка со стороны преподавателя.

Организация и руководство аудиторной самостоятельной работы

Аудиторная самостоятельная работа по дисциплине выполняется на учебных занятиях под непосредственным руководством преподавателя и по его заданию.

Основными видами аудиторной работы самостоятельной работы являются:

- выполнение лабораторных и практических работ осуществляется на лабораторных и практических занятиях в соответствии с графиком учебного процесса. Для обеспечения самостоятельной работы преподавателями разрабатываются методические указания по выполнению лабораторной /практической работы.

Работа с литературой, другими источниками информации, в т.ч. электронными, может реализовываться на семинарских и практических занятиях. Данные источники информации могут быть представлены на бумажном и/или электронном носителях, в том числе, в сети Интернет.

Преподаватель формулирует цель работы с данным и источником информации, определяет время на проработку документа и форму отчетности.

Само и взаимопроверка выполненных заданий чаще всего используется на семинарском, практическом и других видах занятий. Проблемная /ситуационная задача должна иметь четкую формулировку, к ней должны быть поставлены вопросы, ответы на которые необходимо найти и обосновать. Критерии оценки правильности решения проблемной/ситуационной задачи должны быть известны всем обучающимся.

Организация и руководство внеаудиторной работы

Внеаудиторная самостоятельная работа выполняется по заданию преподавателя, но без его непосредственного участия.

При предъявлении видов заданий на внеаудиторную самостоятельную работу рекомендуется использовать дифференцированный подход к уровню подготовленности обучающегося. Перед выполнением внеаудиторной самостоятельной работы преподаватель проводит консультацию с определением цели задания, его содержания, сроков выполнения, ориентировочного объема работы, основных требований к результатам работы, критериев оценки, форм контроля и перечня литературы. В процессе консультации преподаватель предупреждает о возможных типичных ошибках, встречающихся при выполнении задания.

Для методического обеспечения и руководства самостоятельной работой в образовательном учреждении разрабатываются учебные пособия, методические рекомендации по самостоятельной подготовке к различным видам занятий с учетом специальности учебной дисциплины, особенностей контингента студентов, объема и содержания самостоятельной работы, форм контроля и т.п.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами студентов в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня подготовленности обучающихся.

Видами заданий для внеаудиторной самостоятельной работы могут быть:

- для овладения знаниями: чтения текста; составления плана текста; графическое изображение структуры текста; конспектирование текста; выписки из текста; работа со словарями и справочником; учебно-исследовательская работа; использование аудио и видеозаписей, компьютерной техники и Интернет ресурсов и др.;

- для закрепления и систематизации знаний: работа с конспектом лекции; повторная работа над учебным материалом; составление плана, тезисов ответа; составление таблиц, ребусов, кроссвордов, глоссария для систематизации учебного материала; изучение словарей, справочников; ответы на контрольные вопросы; аналитическая обработка текста; подготовка сообщений к выступлению на семинаре, конференции; подготовка

рефератов, докладов; составление биографий, заданий в тестовой форме и др.

- для формирования умений: решение задач и упражнений по образцу; решение вариативных задач и упражнений; составление схем; решение ситуационных производственных задач; подготовка к деловым и ролевым играм; проектирование и моделирование разных видов и компонентов профессиональной деятельности, подготовка презентаций, творческих проектов; подготовка курсовых и выпускных работ; опытно-экспериментальная работа; проектирование и моделирование разных видов и компонентов профессиональной деятельности и др.

Для обеспечения внеаудиторной самостоятельной работы по дисциплине преподавателем разрабатывается перечень заданий для самостоятельной работы, который необходим для эффективного управления данным видом учебной деятельности обучающихся.

Преподаватель осуществляет управление самостоятельной работой, регулирует ее объем на одно учебное занятие и осуществляет контроль выполнения всеми студентами группы. Для удобства преподаватель может вести ведомость учета выполнения минимума заданий, необходимы для допуска к итоговой аттестации по дисциплине.

В процессе самостоятельной работы студент приобретает навыки самоорганизации, самоконтроля, самоуправления и становится активным самостоятельным субъектом учебной деятельности.

Студент самостоятельно определяет режим своей внеаудиторной работы и меру труда, затрачиваемого на овладение знаниями и умениями по каждой дисциплине, выполняет внеаудиторную работу по индивидуальному плану, в зависимости от собственной подготовки, бюджета времени и других условий.

Ежедневно студент должен уделять выполнению внеаудиторной самостоятельной работы в среднем не менее 3 часов.

При выполнении внеаудиторной самостоятельной работы студент имеет право обращаться к преподавателю за консультацией с целью уточнения задания, формы контроля выполненного задания.

Материалы для проведения текущего и промежуточного контроля знаний студентов

1. Оценочные материалы для текущего контроля

1.1. Тестовые материалы

Тема «Комплексные числа»

1. Определите действительную и мнимую части комплексного числа

$$z = 2 + 3i$$

1. $\operatorname{Re} z = x = 2 \quad \operatorname{Im} z = y = 3$

2. $\operatorname{Re} z = x = 5 \quad \operatorname{Im} z = y = 1$

3. $\operatorname{Re} z = x = 2 \quad \operatorname{Im} z = y = -3$

2. Определите действительную и мнимую части комплексного числа

$$z = 5i$$

1. $\operatorname{Re} z = x = -2 \quad \operatorname{Im} z = y = 5$

2. $\operatorname{Re} z = x = 0 \quad \operatorname{Im} z = y = 5$

3. $\operatorname{Re} z = x = -2 \quad \operatorname{Im} z = y = -5$

3. Определите модуль и аргумент комплексного числа $z = -1 + i\sqrt{3}$

1. $|z| = 2, \varphi = \frac{2}{3}\pi$

2. $|z| = 1, \varphi = -\frac{2}{3}\pi$

3. $|z| = 2, \varphi = \frac{4}{3}\pi$

4. Указать тригонометрическую форму записи комплексного числа $z = 2 - 2i$

1. $z = 2(\cos \frac{1}{4}\pi + i\sin \frac{1}{4}\pi)$

2. $z = 2(\cos \frac{1}{4}\pi + i\sin \frac{1}{4}\pi)$

3. $z = 2(\cos \frac{4}{3}\pi - i\sin \frac{4}{3}\pi)$

5. Если $z_1 = 2$ и $z_2 = 2(\cos \frac{4}{3}\pi + i\sin \frac{4}{3}\pi)$, то их сумма $z = z_1 + z_2$ равна

1. $z = 4 + 2i$

2. $z = 2 + 4i$

3. $z = 4 + 2i$

6. Вычислить $(2 - 2i)^7$

1. 2^{12}

2. 4^{12}

3. 2^{-12}

7. Определить все значения корня $\sqrt[6]{i}$

1. $z_k = \cos \frac{\frac{\pi}{2} + 2\pi k}{6} + i \sin \frac{\frac{\pi}{2} + 2\pi k}{6}, k = 0, 1, \dots, 5$

2. $z_k = \cos \frac{\frac{\pi}{2} + 2\pi k}{6} + i \sin \frac{\frac{\pi}{2} + 2\pi k}{6}, k = 0, 1, \dots, 6$

3. $z_k = \cos \frac{\frac{\pi}{2} + 2\pi k}{5} + i \sin \frac{\frac{\pi}{2} + 2\pi k}{5}, k = 0, 1, \dots, 6$

8. Найти действительные решения уравнения:

$$(3x + i)(2 + i) + (x - iy)1 + (1 + 2i) = 6 + i$$

1. 17

2. 0,25

3. $\frac{20}{17}$

9. Проверить справедливость тождества: $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$.

1. да

2. нет

10. Определить корни уравнения: $z^2 + 2z + 2 = 0$

1. $z_1 = 1 + i; z_2 = 1 - i$

2. $z_1 = 2 + i; z_2 = 2 - i$

3. $z_1 = -1 + i; z_2 = -1 - i$

11. Определить тригонометрическую форму записи комплексного числа $z = -1 - i\sqrt{3}$

1. $-1 - i\sqrt{3} = 2 [\cos(-\frac{2}{3}\pi) + i \sin(-\frac{2}{3}\pi)]$.

2. $-1 - i\sqrt{3} = 2 [\cos(-\frac{4}{3}\pi) + i \sin(-\frac{4}{3}\pi)]$

3. $-1 - i\sqrt{3} = 4 [\cos -\frac{2}{3}\pi + i \sin \frac{2}{3}\pi]$.

12. Определить какое множество точек на комплексной плоскости задано условием:

$$|z - 2i| \leq 3,$$

1. круг радиуса $R=3$ с центром в точке $z_0 = 2$

2. окружность радиуса $R=3$ с центром в точке $z_0 = 2$

3. круг радиуса $R=2$ с центром в точке $z_0 = 3$

13. Определить какое множество точек на комплексной плоскости задано условием

$$1 < |z - 2i| \leq 3,$$

1. кольцо, ограниченное двумя окружностями $R = 1$ и $R = 2$ с центром $z_0 = 1$, включая окружность радиуса $R = 2$

2. кольцо, ограниченное двумя окружностями $R = 1$ и $R = 2$ с центром $z_0 = 1$

3. кольцо, ограниченное двумя окружностями $R = 2$ и $R = 3$ с центром $z_0 = 1$

14. Определить какое множество точек на комплексной плоскости задано условием

$$-\frac{\pi}{2} < \arg z < \frac{\pi}{2}$$

1. сектор, ограниченный двумя лучами $\arg z = \frac{\pi}{2}$ и $\arg z = -\frac{\pi}{2}$, выходящими из начала координат.

2. кольцо, ограниченное двумя окружностями

3. два луча $\arg z = \frac{\pi}{2}$ и $\arg z = -\frac{\pi}{2}$,

15. Определить множество точек на комплексной плоскости, которое задается условием $\operatorname{Im}(z - i) \geq 2$.

1. множество всех точек комплексной плоскости, которые лежат выше прямой $y = 3$

2. множество всех точек комплексной плоскости, лежащих на прямой $y = 3$

3. множество всех точек комплексной плоскости, которые лежат ниже прямой $y = 3$

Тема «Дифференцируемость функции комплексного переменного»

16. Определить действительную и мнимую части функции $W = z^3 - iz$.

1. $U = x^3 - 3xy^2 - y$; $V = 3x^2y - y^3 - x$

2. $U = 3x^3 - xy^2 - y$; $V = x^2y - 3y^3 - x$

3. $U = x^3 + 3xy^2 - y$; $V = 3x^2y + y^3 - x$

17. Установить является ли множество точек, заданное на комплексной плоскости соотношением $|z - 3 + 2i| \leq 2$, областью

1. да

2. нет

18. Определить является ли аналитической функция $W = ze^z$

1. да

2. нет

19. Определить выполняются ли условия Коши-Римана для функции

$$W = z^3 - 3z - i$$

1. да

2. нет

20. Определить существует ли для функции $W = e^{iz^2}$ производная

1. да

2. нет

21. Определить является ли для аналитической функции $f(z) = U(x; y) + iV(x; y)$ функция $U(x; y) = x^3 - 3xy + 1$ ее действительной частью

1. да

2. нет

22. Определить выполняются ли для функции $W = 2z^2 - iz$ условия Коши-Римана

1. да

2. нет

23. Определить является ли для аналитической функции $f(z) = U(x; y) + iV(x; y)$ функция $V(x; y) = 2xy + y$ ее мнимой частью

1. да

2. нет

24. Определить является ли аналитической функция $W = f(z) = z\bar{z}$

1. да

2. нет

25. Определить является ли дифференцируемой функция $W = f(z) = z^2\bar{z}$

1. да

2. нет

26. Определить выполняются ли условия Коши-Римана для функции

$$W = f(z) = |z| \operatorname{Re} \bar{z}$$

1. да

2. нет

28. Определить является ли аналитической функция $W = f(z) = \sin 3z - i$;

1. да

2. нет

29. Определить выполняются ли условия Коши-Римана для функции

$$W = f(z) = |z| \operatorname{Im} z;$$

1.да

2.нет

30. Определить является ли дифференцируемой функция $W = f(z) = ze^z$;

1.да

2.нет

31. Определить является ли функция $W = f(z) = \bar{z}Imz$ аналитической

1.да

2.нет

32. Проверить выполняются ли для функции $W = f(z) = \bar{z}Re z$ условия Коши – Римана

1.да

2.нет

33. Определить существует ли для функции $W = f(z) = |z|z$ производная

1.да

2.нет

34. Определить может ли быть функция $V(x; y) = 2xy + y$ быть мнимой частью аналитической функции $f(z) = U(x; y) + i V(x; y)$

1.да

2.нет

35. Определить может ли быть функция $U(x; y) = 2e^x \cos y$ действительной частью аналитической функции $f(z) = U(x; y) + i V(x; y)$

1.да

2.нет

36. Определить является ли множество точек комплексной плоскости, заданное соотношением $|z - 2i| \leq 5$ областью

1.да

2.нет.

Тема «Интегрирование функций комплексного переменного»

37. Вычислить интеграл $\int_C (1 + i - 2\bar{z}) dz$ по прямой линии, соединяющей точки

$z_1 = 0$ и $z_2 = 1 + i$,

1.4

2. $1 - i$,

3. -4

38. Вычислить интеграл $\int_C (1 + i - 2\bar{z}) dz$ по параболе $y = x^2$, соединяющей точки $z_1 = 0$ и $z_2 = 1 + i$,

1. 2

2. $2+i$

3. $2-i$

39. Установить применима ли формула Коши для вычисления интеграла

$$\oint_L \frac{e^z}{z-5i} dz, \quad \text{где линия интегрирования } L: |z| = 4$$

1. да
2. нет

40. Вычислить, применяя интегральную теорему Коши, интеграл

$$\oint_L \frac{e^z}{z-5i} dz, \quad \text{где линия интегрирования } L: |z| = 4$$

1. 1,5
2. 0
3. 0,5

41.. Установить применима ли формула Коши для вычисления интеграла

$$\oint_L \frac{dz}{z(z^2+1)}, \quad \text{где } L: |z| = \frac{1}{2}$$

1. да
2. нет

42.. Вычислить с помощью теоремы о вычетах интеграл

$$\oint_L \frac{\sin iz}{z(z+2i)} dz, \quad \text{где } L: |z| = 1$$

1. 0
2. 1,5
3. 1

43. Укажите при каком условии $\int_L f(z) dz$ от пути интегрирования

1. подынтегральная функция $f(z)$ непрерывна
2. подынтегральная функция $f(z)$ аналитическая
3. линия интегрирования L кривая.

44.. Вычислить, применяя интегральную формулу Коши, интеграл

$$a) \oint_L \frac{\sin iz}{z^2-4} dz, \quad \text{где } L: |z| = \frac{1}{2}$$

1. 4
2. 0
3. 1,5

45. Укажите условие, при котором интеграл $\int_L f(z) dz$ от функции комплексного переменного $f(z)$ не зависит от пути интегрирования

1. подынтегральная функция $f(z)$ непрерывна
2. подынтегральная функция $f(z)$ аналитическая
3. линия интегрирования L кривая.

Тема 5. Ряды аналитических функций.

46. Определить характер особой точки $z_0 = 0$ для функции : $f(z) = \frac{\cos 7z-1}{z+\frac{z^3}{6}}$

1. существенно особая изолированная точка
2. полюс
3. устранимая особая точка

47. Определить характер особой точки $z_0 = 2$ для функции $f(z) = \frac{chz}{z^2(z-3)}$

1. существенно особая изолированная точка
2. полюс
3. устранимая особая точка

48. Определить характер особой точки $z_0 = 1$ для функции $f(z) = \frac{z^2+1}{(z-1)^2}$

1. существенно особая изолированная точка
2. полюс
3. устранимая особая точка

49. Укажите верное утверждение: изолированная особая точка z_0 является для функции $f(z)$ устранимой особой точкой если

1. существует конечный предел функции $f(z)$ в точке z_0 ;
2. существует бесконечный предел функции $f(z)$ в точке z_0
3. не существует предела (ни конечного, ни бесконечного) функции $f(z)$ в точке z_0

50. Укажите верное утверждение: изолированная особая точка z_0 является для функции $f(z)$ существенно особой точкой если

1. существует конечный предел функции $f(z)$ в точке z_0 ;
2. существует бесконечный предел функции $f(z)$ в точке z_0
3. не существует предела (ни конечного, ни бесконечного) функции $f(z)$ в точке z_0

51. Укажите верное утверждение: изолированная особая точка z_0 является для функции $f(z)$ полюсом если

1. существует конечный предел функции $f(z)$ в точке z_0 ;
2. существует бесконечный предел функции $f(z)$ в точке z_0
3. не существует предела (ни конечного, ни бесконечного) функции $f(z)$ в точке z_0

52. Укажите верное утверждение: изолированная особая точка z_0 является для функции $f(z)$ устранимой особой точкой если

1. существует конечный предел функции $f(z)$ в точке z_0 ;
2. существует бесконечный предел функции $f(z)$ в точке z_0
3. не существует предела (ни конечного, ни бесконечного) функции $f(z)$ в точке z_0

53. Укажите верное утверждение: изолированная особая точка z_0 является для функции $f(z)$ существенно особой точкой если

1. существует конечный предел функции $f(z)$ в точке z_0 ;
2. существует бесконечный предел функции $f(z)$ в точке z_0
3. не существует предела (ни конечного, ни бесконечного) функции $f(z)$ в точке z_0

53. Укажите верное утверждение: изолированная особая точка z_0 является для функции $f(z)$ полюсом если

1. существует конечный предел функции $f(z)$ в точке z_0 ;
2. существует бесконечный предел функции $f(z)$ в точке z_0
3. не существует предела (ни конечного, ни бесконечного) функции $f(z)$ в точке z_0

54. Установить применима ли формула Коши для вычисления интеграла

$$\int_{|z-1|=\frac{1}{2}} \frac{e^{\frac{1}{z}}}{z^2+z} dz.$$

1. да
2. нет.

Тема «Теория вычетов».

55. Укажите формулы для нахождения вычета функции $f(z)$ в точке z_0 :

1. Вычет равен коэффициенту при минус первой степени в лорановском разложении функции $f(z)$ в окрестности точки $z = z_0$: $\text{res}f(z_0) = c_{-1}$
2. вычет равен числу, определяемого равенством: $\text{res}f(z_0) = \frac{1}{2\pi i} \oint_{\gamma} f(z) dz$.

56. Верно ли утверждение, что вычет функции $f(z)$ в относительно устранимой изолированной точке z_0 равен нулю.

1. да
2. нет

57. Вычислить, используя интегральную формулу Коши, интеграл

$$\oint_L \frac{e^z dz}{z+1}, \text{ где } L: |z| = 2$$

1. 0
2. 1
3. -1,5

58. Определить характер особой точки $z_0 = 1$ для функции $f(z) = \frac{z^2+1}{(z-1)^2(z^2+4)}$

1. существенно особая изолированная точка
2. полюс
3. устранимая особая точка.

59. Установить применима теорема Коши о вычетах для вычисления интеграла

$$\int_{|z|=1} \frac{\text{tg} z}{ze^{z+2}} dz$$

1. да
2. нет

60.. Установить применима ли теорема Коши о вычетах для вычисления интеграла

$$\int_{|z-1|=\frac{1}{2}} \frac{e^{\frac{1}{z}}}{z^2+z} dz.$$

1. да
2. нет.

61. Установить применима ли теорема Коши о вычетах для вычисления интеграла

$$\int_{|z|=1} \frac{e^z \cos \pi z}{z^2 + 2z} dz$$

Критерии оценки

Текущая аттестация путем тестирования производится в сроки, установленные вузом по завершению темы учебной дисциплины. Оценка «отлично» выставляется при выполнении 90% тестовых заданий, «хорошо» - при выполнении 80% тестовых заданий и «удовлетворительно» - при выполнении 60% тестовых заданий.

1.2. Вопросы для собеседования

Тема 1. «Комплексные числа».

1. Дайте определение комплексного числа.
2. Что называется действительной и мнимой частями комплексного числа?
3. Сформулируйте понятие модуля и аргумента комплексного числа?
4. Запишите формулы для определения модуля и аргумента комплексного числа
5. Сформулируйте понятие мнимой единицы.
6. Запишите тригонометрическую форму комплексного числа.
7. Сформулируйте правило нахождения суммы и разности комплексных чисел.
8. Сформулируйте правило произведения комплексных чисел.
9. Сформулируйте правило нахождения частного комплексных чисел.
10. В каком случае два комплексных числа называются равными.
11. Сформулируйте правило равенства двух комплексных чисел.
12. Запишите формулу Муавра.
13. Какова геометрическая интерпретация комплексных чисел?
14. Опишите метод возведения в степень комплексных чисел.
15. Опишите метод извлечения корня n-ой степени из комплексных чисел.
16. В каком случае два комплексных числа называются сопряженными.
17. По каким правилам производятся арифметические действия над комплексными числами.
18. Сформулируйте понятие последовательности комплексных чисел.
19. Сформулируйте определение предела последовательности комплексных чисел.
20. Сформулируйте определение ограниченной последовательности комплексных чисел.
21. Дайте определение расширенной комплексной плоскости.
22. Сформулируйте понятие области в комплексной плоскости.
23. Сформулируйте определение односвязной плоскости.
24. Сформулируйте определение замкнутой комплексной плоскости.
25. Сформулируйте определение многосвязной комплексной области.
26. Сформулируйте определение внутренней точки комплексной плоскости.
27. Сформулируйте понятие бесконечно удаленной точки комплексной плоскости.

Тема 2. «Функции комплексного переменного».

1. Дайте определение функции комплексного аргумента.
2. Какова геометрическая интерпретация функции комплексного аргумента.
3. Дайте определение степенной функции комплексного аргумента и опишите ее свойства.
4. Дайте определение показательной функции комплексного переменного и опишите ее свойства.
5. Запишите формулы Эйлера.

6. Дайте определение логарифмической функции комплексного переменного и сформулируйте ее свойства.
7. Дайте определение тригонометрических функций комплексного переменного и сформулируйте их свойства.
8. Дайте определение гиперболических функций комплексного переменного и сформулируйте их свойства.
9. Дайте определение обратных гиперболических функций комплексного переменного и сформулируйте их свойства.
10. Дайте определение обратных тригонометрических функций комплексного переменного и сформулируйте их свойства.
11. Дайте определение общей степенной функции комплексного переменного.

Тема 3. «Дифференцирование функций комплексного переменного».

1. Сформулируйте определение предела функции комплексного переменного в точке.
2. Сформулируйте определение непрерывности функции комплексного переменного.
3. Сформулируйте определение производной и дифференциал функции комплексного переменного.
4. Сформулируйте определение дифференциал функции комплексного переменного.
5. Какая функция называется аналитической?
6. Выведите необходимые и условия аналитичности функции.
7. Выведите достаточные условия аналитичности функции.
8. Запишите условия (Коши – Римана) дифференцируемости функции.
9. Каков геометрический смысл модуля и аргумента производной функции комплексного переменного?
10. Запишите формулу для нахождения производной функции комплексного переменного.
11. Дайте определение гармонических функций и сопряженных гармонических функций.
12. Сформулируйте некоторые общие принципы конформных отображений.
13. Сформулируйте общие правила дифференцирования функций комплексного переменного.

Тема 4. «Интегрирование функций комплексного переменного».

1. Дайте определение интеграла от функции комплексного переменного.
2. Сформулируйте общие правила интегрирования функций комплексного переменного.
3. Сформулируйте основные свойства интеграла от функции комплексного переменного.
4. Дайте определение неопределенного интеграла от функции комплексного переменного.
5. Запишите формулу Ньютона-Лейбница.
6. Сформулируйте теорему Коши для односвязной области и приведите ее доказательство.
7. Сформулируйте теорему Коши для многосвязной области и приведите ее доказательство.
8. Выведите интегральную формулу Коши.
9. Сформулируйте следствия интегральной формулы Коши.
10. Сформулируйте основную теорему Коши и приведите общий алгоритм ее применения.
11. Запишите интегральные формулы для производных аналитической функции.
12. При каком условии интеграл от функции комплексного переменного не зависит от пути интегрирования?

Тема 5. «Ряды аналитических функций».

1. Запишите числовой ряд с комплексными членами.
2. Дайте определение сходимости и расходимости числового ряда с комплексными членами.
3. Сформулируйте необходимый признак сходимости числовых рядов с комплексными членами.

4. Дайте определение функциональных рядов.
5. Дайте определение степенных рядов.
6. Сформулируйте теорему Абеля и приведите ее доказательство.
7. Дайте определение ряда Тейлора.
8. Дайте определение ряда Лорана.
9. Сформулируйте теорему о разложимости аналитической функции в ряд Тейлора.
10. Что является областью сходимости ряда Тейлора?
11. Что является областью сходимости ряда Лорана?
12. Каковы условия разложимости функции в ряд Лорана?
13. Дайте понятие об особых точках на границе круга сходимости ряда Тейлора.
14. Дайте определение нулей аналитической функции.
15. Дайте определение изолированных особых точек аналитической функции однозначного характера.
16. Приведите классификацию изолированных особых точек аналитической функции.
17. Дайте определение полюса аналитической функции.
18. Дайте определение существенно особой точки аналитической функции.
19. Какова связь между нулями и полюсами функции?

Тема 6. «Теория вычетов».

1. Дайте определение вычета функции относительно изолированной особой точки.
2. Запишите формулу для нахождения вычета функции относительно простого полюса.
3. Запишите формулу для нахождения вычета функции относительно полюса n -го порядка.
4. Дайте определение вычета функции относительно устранимой особой точки.
5. Дайте определение вычета функции относительно существенно особой точки.
6. Сформулируйте и докажите основную теорему теории вычетов.
7. Опишите общую схему применения вычетов к вычислению интегралов от функций действительного переменного.
8. Чему равна сумма вычетов функции во всех конечных особых точках?
9. Приведите примеры приложения теории вычетов.

2. Оценочные материалы для промежуточной аттестации

2.1. Примерный перечень вопросов для экзамена.

1. Множество комплексных чисел. Основные понятия и определения.
2. Комплексные числа в алгебраической форме и арифметические действия над ними.
3. Геометрическое представление комплексных чисел.
4. Тригонометрическая форма комплексного числа.

5. Возведение в степень и извлечение корня.
6. Предел последовательности комплексных чисел.
7. Бесконечность и стереометрическая проекция.
8. Множество чисел на комплексной плоскости.
9. Функция комплексного переменного ее геометрическое истолкование.
10. Предел функции комплексного переменного в точке. Непрерывность функции комплексного переменного.
11. Производная и дифференциал функции комплексного переменного.
12. Условия (Коши – Римана) дифференцируемости функции.
13. Аналитические функции и их свойства.
14. Гармонические функции и сопряженные гармонические функции.
15. Геометрический смысл модуля и аргумента производной функции комплексного переменного.
16. Некоторые общие принципы конформных отображений.
17. Степенная функция комплексного переменного и ее свойства.
18. Показательная функция комплексного переменного.
19. Формулы Эйлера.
20. Логарифмическая функции комплексного переменного и ее свойства.
21. Общая степенная функция комплексного переменного.
22. Тригонометрические функции комплексного переменного и их свойства.
23. Гиперболические функции комплексного переменного и их свойства
24. Обратные тригонометрические функции комплексного переменного и их свойства.
25. Обратные гиперболические функции комплексного переменного и их свойства.
26. Линейная функция ее свойства и отображения осуществляемые ею.
27. Дробно-линейная функция, ее свойства и отображения осуществляемые ею.
28. Интеграл от функции комплексного переменного.
29. Свойства интеграла от функции комплексного переменного.
30. Неопределенный интеграл. Формула Ньютона-Лейбница.
31. Интеграл по замкнутому контуру.
32. Интегральные теоремы Коши для односвязных и многосвязных областей.
33. Интегральная формула Коши. Следствия из формулы Коши.
34. Интегральные формулы для производных аналитической функции.
35. Числовые ряды с комплексными членами.
36. Функциональные ряды. Свойства равномерно сходящихся рядов непрерывных функций.
37. Степенные ряды. Теорема Абеля.
38. Ряд Тейлора. Теорема о разложимости аналитической функции в ряд Тейлора.
39. Ряд Лорана. Кольцо сходимости. Теорема об условиях разложимости функции комплексного переменного в ряд Лорана.
40. Разложение элементарных функций комплексного переменного в степенной ряд.
41. Особые точки на границе круга сходимости ряда Тейлора.
42. Нули аналитической функции.
43. Понятие об аналитическом продолжении. Теорема единственности аналитической функции.
44. Изолированные особые точки аналитической функции однозначного характера.
45. Классификация изолированных особых точек аналитической функции.
46. Вычеты и их вычисление.
47. Основная теорема Коши о вычетах.
48. Приложения теории вычетов к вычислению интегралов от функций действительного переменного.

2.2. Типовые задачи (практические задания)

Тема 1. Комплексные числа.

Задание 1. Вычислить:

$$\left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{20}$$

Задание 2. Решить алгебраическое уравнение:

$$x^3 + 8 = 0$$

Задание 3. Указать геометрический смысл соотношений:

$$|z - i| < 4; |z - i| > 4; |z - i| = 4$$

Задание 4. Определить линии, заданные следующими уравнениями:

$$\text{а) } |x - 2 + 3i| = 4$$

$$\text{б) } \operatorname{Re}(3z) + \operatorname{Im}(2z) = 1.$$

Задание 5. Написать в действительной форме уравнения следующих линий:

$$\text{а) } z = acost + bisint, 0 \leq t \leq 2\pi, a > 0, b > 0;$$

$$\text{б) } z = z_0 + re^{i\varphi}, 0 \leq \varphi < 2\pi, r \geq 0.$$

Задание 6. Записать в комплексной форме уравнения следующих линий:

а) оси Ox ;

б) оси Oy ;

в) окружности радиуса R с центром в точке $(x_0; y_0)$;

г) линии: $x^2 + y^2 + 2x + 2y + 1 = 0$.

Тема 2. Элементарные функции комплексной переменной

Задание 1. Определить действительную или мнимую части у следующих функций $f(z)$ комплексного переменного

$$1. \operatorname{Re} f(z) = x^2 + y^2;$$

$$2. \operatorname{Im} f(z) = x y^2;$$

$$3. \operatorname{Re} f(z) = \frac{x^2 - y^2}{(x^2 + y^2)^2}.$$

Задание 2. Для отображений $\omega = z^2$ и $\omega = \frac{1}{z}$ найти образы линий:

а) $x = 3$;

б) $y = 5$;

в) $|z| = 2$;

г) $\operatorname{arg} z = \frac{\pi}{6}$.

Тема 3. Дифференцирование функций комплексного переменного

Задание 1. Доказать, что функции

а) $\omega = x^2 - y^2 + 2x + 2i(xy + y + 1)$;

б) $\omega = x^2 - y^2 + 3 + i(2xy - 1)$.

имеют производную в каждой точке плоскости и найти эту производную.

Задание 2. Проверить выполнение условий Даламбера-Эйлера для следующих функций и найти их производные:

а) $f(z) = \sin z$;

б) $f(z) = ze^z$.

Задание 3. Найти аналитическую функцию $\omega = u + iv$, действительная часть которой равна $\frac{x}{x^2 + y^2}$.

Задание 4. Найти аналитическую функцию $\omega = u + iv$, мнимая часть которой равна $2x^2 - 2y^2 + x$.

Задание 5. Существует ли аналитическая функция $\omega = u + iv$, для которой действительная часть $u = e^{\frac{y}{x}}$.

Задание 6. Найти угол поворота и коэффициент растяжения при отображении $\omega = f(z)$ в указанных точках $\omega = e^z, z_1 = i$.

Тема 4. Интегрирование функций комплексной переменной

Задание 1. Вычислить интегралы, применяя интегральную формулу Коши или интегральную формулу для производных аналитической функции:

а) $\int_L \frac{ze^z dz}{(z+i)^3}$, если L – линия $|z| = 2$;

б) $\int_L \frac{\cos z dz}{(z+1)^2(z-2)}$, если L – линия $|z-2-i| = 3$;

в) $\int_L \frac{\sin z dz}{(z+1)^2(z-i)}$, если L – линия $|z+1| = 1$.

Тема 5. Ряды аналитических функций

Задание 1. Исследовать на сходимость числовые ряды вида:

$$\sum_{n=1}^{\infty} z_n, \text{ если}$$

а) $z_n = \frac{e^{in}}{n^2}$; б) $z_n = e^{in}$;

в) $z_n = \frac{1 + ni}{2^n}$; г) $z_n = \frac{\sqrt{n} - 1}{n + 1}$.

Задание 2. Указать радиусы сходимости рядов Тейлора, полученные при разложении следующих функций в окрестности точки $z = 1$

а) $\frac{1}{z - 2i}$; б) $\frac{1}{z(z + 5)}$; в) $\frac{e^z}{z}$;

г) $\frac{1}{z^2 + 4}$; д) $\frac{1}{e^z + 1}$.

Задание 3. Разложить в ряд Тейлора в окрестности данной точки z_0 следующие функции и указать радиус сходимости:

а) $\frac{1}{z}, z_0 = i$; б) $\frac{1}{z + 2}, z_0 = -3$. в) $\frac{1}{(z - 3)^2}, z_0 = -1$.

Задание 4. Найти первые четыре члена разложения следующих функций в ряд Тейлора в окрестности нулевой точки и указать радиус сходимости:

а) $f(z) = e^z \sin z$; б) $f(z) = e^z \ln(1 + z)$.

Задание 5. Разложить следующие функции в ряд Лорана в указанном кольце:

а) $\frac{1}{z(z - 1)}, 1 < |z| < 2$; б) $\frac{1}{z(z + i)(z - 3)}, 1 < |z| < 3$.

Тема 6. Теория вычетов.

Задание 1. Найти вычеты следующих функций относительно каждого из конечных полюсов:

а) $\frac{\sin 2z}{(z + 1)^3}$; б) $\frac{z^3 + 1}{(z + 2)^2(z - 3)}$; в) $\frac{z^4 + 2}{z^2 + 16}$.

Задание 2. Найти вычеты следующих функций относительно их конечных особых точек:

а) $f(z) = \frac{1}{e^{z+2}}$; б) $f(z) = e^{z + \frac{1}{z}}$.

Задание 3. Найти вычеты следующих функций относительно бесконечно удаленной точки:

$$а) \frac{z^4 + 2}{z^2 + 16};$$

$$б) \frac{z^3 + 3z + 1}{2z^2 + 5}.$$

Задание 4. Вычислить с помощью вычетов следующие интегралы, считая, что обход контуров совершается против часовой стрелки:

$$а) \int_L \frac{z^3 dz}{2z^4 - 1}, \quad \text{если } L\text{-линия } |z| = 1;$$

$$б) \int_L \frac{z dz}{(z - 1)(z - 2)^2}, \quad \text{если } L\text{-линия } |z - 1| = 0,5.$$

Пример экзаменационного билета

БИЛЕТ №

1. Алгебраические операции над комплексными числами в тригонометрической форме.
2. Степенные ряды. Теорема Абеля. Радиус и круг сходимости.
3. Найти вычеты в особых точках функции

$$: f(z) = \cos \frac{1}{z} + z^2.$$

4. Вычислить, применяя интегральную формулу Коши, интеграл:

$$\oint_L \frac{1 - \sin z}{z^3} dz, \text{ где } L: |z| = \frac{1}{2}$$

БИЛЕТ №

1. Комплексные числа в алгебраической форме и арифметические действия над ними.
2. Изолированные особые точки аналитической функции однозначного характера и их классификация.
3. Доказать, что функция $W = 2z^2 - iz$ дифференцируема и найти производную в заданной точке $z_0 = 1 - i$.
4. Вычислить, применяя интегральную формулу Коши, интеграл:

$$\oint_L \frac{\sin z}{(z + 3i)^4} dz, \text{ где } L: |z + 2i| = 2$$